

タックス・シールドと資本コスト

WACC 使用上の注意点と CCF 法のすすめ

福井義高

青山学院大学大学院

国際マネジメント研究科

〒150 - 8366 東京都渋谷区渋谷 4 - 4 - 2 5

fukui@gsim.aoyama.ac.jp

2006 年 12 月 8 日

2007 年 1 月 12 日改訂

要旨

株主のみならず債権者帰属分も含めた企業価値の推計にあたっては、税引後・利払い前のキャッシュフローであるフリー・キャッシュフロー（FCF）を、株主資本コストと税引後負債コストの加重平均資本コストいわゆる WACC で割り引いて算出する FCF 法が標準的手法となっている。ここでは、タックス・シールドを明示的に評価する APV 法のフレーム・ワークを用いて、一定不変の WACC の使用が如何なる場合に正当化できるかを示し、それが可能な場合、WACC に基づく FCF 法が、一見別の評価方法に見えるタックス・シールド込みのキャッシュフローであるキャピタル・キャッシュフロー（CCF）を資産コストで割引く CCF 法と同値であることを示す。

謝辞

本稿作成に当たって、織田恭司、神山直樹及び小林秀二の各氏より貴重なコメントをいただいた。いつもながらのご厚意に感謝申し上げます。

In this world nothing can be said to be certain, except death and taxes.

Benjamin Franklin

1. はじめに：タックス・シールドと企業価値

コーポレート・ファイナンスの金字塔 MM 定理 (Modigliani and Miller 1958) は、資産（投資）価値が調達方法に左右されず、資産（が生み出すキャッシュフロー）のリスクによって決まることを示した。つまり、株主資本あるいは負債のコストは、資産のリスクを請求権のタイプに応じて、どのように配分するかによって決まるのであって、株主資本と負債のコストの加重平均で資産のコストが決まる訳ではない。

一方で、EVA[®]等も含め、企業評価の実務においてはフリー・キャッシュフロー (FCF) を税引後加重平均コスト (Weighted Average Cost of Capital; WACC) で割引く FCF 法が普及している。これは、資産コストが観察不可能ゆえ、観察可能¹な株主資本・負債コストから資産コストを逆算しているのであって、調達コストで資産評価を行っているわけではない。

現在の企業価値は将来の投資成果に依存しているにもかかわらず、通常、WACC の推計には過去のデータが用いられ、将来にわたって一定不変とされることが通例である。これは、今後の投資のリスクが過去と同様と仮定することに他ならない。もし、将来の投資パターンが従来と大幅に異なる場合、今までの調達コストの加重平均である WACC を使うことは正しくない。(過去のデータに基づく) WACC の使用は、投資属性が不変であるという、場合によっては適正ではない仮定に基づいている²。

それでは、投資の属性が大きく変わらない場合は、WACC の使用は常に適正なのか。実は、最初の論文発表の 5 年後に、Modigliani and Miller (1963) は MM 定理の修正を行っている。負債コストのみ控除できる非対称的法人税制（課税標準が利払い後配当利益）のもとでは、調達方法に資産価値が左右されることを明らかにしたのである。つまり、WACC は調達方法に依存する。したがって、投資属性が同じであっても、資本政策によって、WACC は変わってくる。不変の WACC の機械的適用は、投資属性の同一性とともには特定の資本政策を仮定しているのである。

次節以下、法人税が存在する場合の企業評価の一般的考え方を述べた後、より一般的な企業評価方法である（一般化）APV 法を解説し、WACC を用いた企業評価がその特殊例であること、さらに WACC 使用が正当化される場合には、APV 法の一つであるタックス・シールドを明示的に取り入れた CCF 法という別の手法があることを示す。

¹ 織田・福井 (2002) で指摘したように、現実の推計は困難を伴う。Fama (1996) は極めて悲観的である。

² 最近のファイナンス理論では資本コストは変動するというのがコンセンサスとなりつつあるけれども (Cochrane 2005, 2006)、当論文では投資属性が同じであるかぎり資本コストは不変と仮定する。

2. 法人税が存在する場合の企業価値：プライシング・カーネルによるアプローチ

FCF は、企業の資金調達に 100% 株主資本からなる場合の、投資家（株主のみ）に帰属するキャッシュフローである。しかし、資金の一部を負債で調達した場合、負債へのリターンである利払いは損金計上できるので、その分だけ税が安くなる。いわゆるタックス・シールドである。100% 株主資本で調達した場合を基準とすれば、借入れに応じて政府が「補助金」を支給すると考えてもよい。この「補助金」の存在ゆえ、負債がある場合、投資家全体（株主＋債権者）では、FCF を上回るキャッシュフローを享受できる。にもかかわらず、標準的な企業価値評価では、FCF をそのまま使い、資本コストを調整することで推計を行う。この税効果調整済みの資本コストが WACC である。

一方、タックス・シールドを明示的に扱った評価手法として、Myers (1974) が提唱した APV 法がある³。これは、企業価値 V^L を株主資本 100% の場合の価値 V^U とタックス・シールド V^{TS} からなる

$$V_{t+i}^L = V_{t+i}^U + V_{t+i}^{TS}$$

と考えるのである。それぞれの資本コストはもちろん同じになるとは限らない。というより、タックス・シールドの資本コストがどうあるべきかが、企業価値評価の大きな論点のひとつである。

ここでは、最近のファイナンス理論では中核をなすプライシング・カーネルを用いることで、議論の整理を行う⁴。なお、ここでの議論は、Arzac and Glosten (2005) に多くを負っている。また、アプローチは異なるけれども、錯綜した議論を整理した必読文献として、Cooper and Nyborg (2006) がある⁵。

さて、資産 y の t 期末の価格 P は、

$$P_t(y_{t+i}) = \frac{E_t[y_{t+i}]}{(1+r_y)^i} = E_t[m_t^{t+i} y_{t+i}]$$

のように、資本コスト r_y で期待キャッシュフロー $E[y]$ を割引く方法とプライシング・カーネル m と確率変数であるペイオフ y の積の期待値をとる方法がある。ここでは、FCF のリスクは不変で、タックス・シールドがゼロの場合の資産コスト（資産の資本コスト） r_U は一定の値をとり続けると仮定する。

株主資本 100% の場合、企業価値 V^U は株主資本（時価） S^U に等しく、負債がある場合の企業価

³ APV 法に関するわかりやすい解説として、Brealey et al. (2006, ch. 19) がある。なお、論者によって（Myers が最初に提唱したときと同様）タックス・シールドの資本コストを負債コストとする場合のみを APV 法と呼んでいる場合があるので注意を要する

⁴ プライシング・カーネルに関する簡単な解説は補論 1 を参照。プライシング・カーネルに密接に関連する Contingent Claim を用いた MM 定理の検討は De Matos (2001) を参照されたい。

⁵ この二つの論文は、Fieten et al. (2005) とともに、近年話題を呼んだ Fernandez (2004) の問題点を適切に指摘している。その他、実務家向けのものとして、Booth (2002), Inselbag and Kaufold (1997), Luehrman (1997), Parrino (2005) がある。

値 V^L は株主資本（時価） S^L に負債（時価） D を加えたもの、あるいは V^U にタックス・シールド V^{TS} を加えたものであり、

$$V_{t+i}^U = S_{t+i}^U$$

$$V_{t+i}^L = S_{t+i}^L + D_{t+i} = V_{t+i}^U + V_{t+i}^{TS}$$

タックス・シールドは、負債がある場合の企業価値 V^L から株主資本 100% の場合の企業価値 V^U を引いた

$$V_{t+i}^{TS} = V_{t+i}^L - V_{t+i}^U$$

と表せる。

ここでは、課税がキャッシュフローではなく、会計利益ベースで行われることを明示的に取扱う。税率 τ の法人税（税率一定と仮定する）が存在するので、FCF は税引前・利払い前利益 EBIT に $1-\tau$ をかけた税引後・利払い前利益 NOPAT から純投資 NIV を引いた

$$FCF_{t+i} = NOPAT_{t+i} - NIV_{t+i} = (1-\tau)EBIT_{t+i} - NIV_{t+i}$$

であり、株主資本帰属キャッシュフロー ECF は、債権者に帰属するフロー（利払い）INT を減算し、それに負債純増

$$\Delta D_{t+i} \equiv D_{t+i} - D_{t+i-1}$$

を加算して、

$$ECF_{t+i} = (1-\tau)(EBIT_{t+i} - INT_{t+i}) - NIV_{t+i} + \Delta D_{t+i} = FCF_{t+i} - (1-\tau)INT_{t+i} + \Delta D_{t+i}$$

となる⁶。さらに投資家全体に実際に帰属するキャッシュフローであるキャピタル・キャッシュフロー（Capital Cashflow; CCF）は、FCF にタックス・シールド分を加え

$$CCF_{t+i} = FCF_{t+i} + \tau INT_{t+i}$$

となる。

タックス・シールドを、プライシング・カーネルを用いて表すと、

$$V_{t+i}^U = E_t[FCF_{t+i}]$$

$$V_{t+i}^L = E_t[CCF_{t+i}]$$

なので、

$$\begin{aligned} V_{t+i}^{TS} &= V_{t+i}^L - V_{t+i}^U = E_t[CCF_{t+i} - FCF_{t+i}] \\ &= E_t[\tau INT_{t+i}] \end{aligned}$$

となる。

永久債を想定すれば、負債の価値は利払いの現在価値であり、利払いの一定割合 τ だけ政府が「補助金」を支給すると考えれば、 τD_t がタックス・シールドの価値のように思える。しかし、将

⁶ ただし、負債にリスクがあり時価が変動する場合、 ΔD は評価損益を含まない現金拠出額の変動のみである。

来利払いの現在価値であるタックス・シールドは、実は資本政策に依存するため、資本政策に一定の仮定を置かないと決まらない。タックス・シールドの価値をめぐる論争のかかなりの部分が、資本政策にどのような仮定を置くかに帰着する。仮に負債が無リスク資産で利払いが確実であっても、負債額が確率変数である企業価値の変動に連動する場合、タックス・シールドの資本コストは、負債の資本コストと同じになるとは限らない。ここでは、オリジナルの Modigliani and Miller (1963)による負債額一定の場合と Miles and Ezzell (1980)を嚆矢とする負債比率一定の場合の二つに大別し、順次検討する。

3. 資本コストとタックス・シールド：負債が無リスクの場合

まず、Modigliani and Miller (1963)ら同様、負債が無リスクの場合を検討する。

さて、Fama (1977, 1996)が示したように、実務のみならず実証研究でも広範に用いられる CAPM 等の Static なシングル・ベータ・モデル⁷

$$r_U = E[\tilde{r}_U] = r_F + \beta_U (E[\tilde{r}^{MV}] - r_F)$$

においては、FCF のランダム・ショックに暗黙のうちに、

$$E_{t+i+1}[FCF_{t+l}] = E_{t+i}[FCF_{t+l}](1 + \varepsilon_{t+i+1})$$

$$\varepsilon_{t+i} \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\text{cov}(\varepsilon_{t+l}, \varepsilon_{t+m}) = 0 \text{ if } l \neq m$$

が仮定されている。この場合

$$FCF_{t+l} = E_t[FCF_{t+l}](1 + \varepsilon_{t+1}) \cdots (1 + \varepsilon_{t+l})$$

となるので、確かにベータは

$$\beta_U = \frac{\text{cov}\left(\frac{E_{t+i+1}[FCF_{t+l}]}{E_{t+i}[FCF_{t+l}]}, r_{t+i+1}^{MV}\right)}{\text{var}(r_{t+i+1}^{MV})} = \frac{\text{cov}(\varepsilon_{t+i+1}, r_{t+i+1}^{MV})}{\text{var}(r_{t+i+1}^{MV})} = \text{const}$$

と一定になる。なお、期待 FCF の時系列パターンにはなんら仮定を置いていない。

この場合、将来 FCF の現在価値は

$$\begin{aligned} E_t[m_t^{t+i} FCF_{t+i}] &= E_t[m_t^{t+i} [E_t[FCF_{t+i}](1 + \varepsilon_{t+1}) \cdots (1 + \varepsilon_{t+i})]] \\ &= E_t[FCF_{t+i}] E_t[m_t^{t+i} (1 + \varepsilon_{t+1}) \cdots (1 + \varepsilon_{t+i})] \end{aligned}$$

となり、各期のショックは独立と仮定しているので、 t 期から $t+i$ 期のプライシング・カーネルを各期毎のその i 個の積

$$m_t^{t+i} = m_t^{t+1} \cdot m_{t+1}^{t+2} \cdots m_{t+i-1}^{t+i}$$

で表すことができる。したがって、 i 期先の割引率は

⁷ CAPM は市場ポートフォリオを Mean Variance ポートフォリオとする、シングル・ベータ・モデルの一種である。シングル・ベータ・モデルはプライシング・カーネルが存在する場合、かならず存在する。ただし、ベータ一定とは限らない。詳しくは Cochrane (2005)を参照されたい。

$$\begin{aligned}
& E_t[m_t^{t+i}(1+\varepsilon_{t+1})\cdots(1+\varepsilon_{t+i})] \\
&= E_t[m_t^{t+1}(1+\varepsilon_{t+1}) \cdot m_{t+1}^{t+2}(1+\varepsilon_{t+2})\cdots m_{t+i-1}^{t+i}(1+\varepsilon_{t+i})] \\
&= E_t[m_t^{t+1}(1+\varepsilon_{t+1})] \cdots E_t[m_{t+i-1}^{t+i}(1+\varepsilon_{t+i})] \\
&= \frac{1}{(1+r_U)^i}
\end{aligned}$$

と表せる。さらに、無リスク資産資本コストは、確率変数ではないので期待値オペレータの外に出せるので、

$$E_{t+i}[m_{t+i}^{t+i+1}] = \frac{1}{1+r_F}$$

となり、プライシング・カーネルの期待値は無リスク・リターン（の逆数）となる。

ここから、負債額一定の場合と負債比率一定の場合に分けて検討する。

①負債額一定の場合

t 期末（ $t+1$ 期首）の企業価値は、 $t+1$ 期のフローと $t+1$ 期末のストックからなるので、

$$V_t^L = E_t[m_t^{t+1}(FCF_{t+1} + dINT_t + V_{t+1}^L)]$$

と表せる。負債が無リスクなので負債コストは無リスク・リターン r_F となり、負債額一定とあわせ、利払いは定数（資本コストは無リスク・リターン）

$$INT = r_F D_t$$

となることに留意すれば、

$$\begin{aligned}
V_t^L &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{dINT}{1+r_F} + E_t[m_t^{t+1}V_{t+1}^L] \\
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{dINT}{1+r_F} + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[m_{t+1}^{t+2}(FCF_{t+2} + dINT + V_{t+2}^L)]] \\
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{dINT}{1+r_F} \\
&\quad + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[FCF_{t+2}]E_{t+1}[m_{t+1}^{t+2}(1+\varepsilon_{t+2})]] \\
&\quad + E_t\left[m_t^{t+1}\frac{dINT}{1+r_F}\right] + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[V_{t+2}^L]]
\end{aligned}$$

なので、

$$\begin{aligned}
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{dINT}{1+r_F} + \frac{E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[FCF_{t+2}]]}{1+r_U} + \frac{INT}{(1+r_F)^2} + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \\
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{dINT}{1+r_F} + \frac{E_t[FCF_{t+2}]E_t[m_t^{t+1}(1+\varepsilon_{t+1})]}{1+r_U} + \frac{dINT}{(1+r_F)^2} + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[V_{t+2}^L]]
\end{aligned}$$

$$= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau D_t}{1+r_F} + \frac{E_t[FCF_{t+2}]}{(1+r_U)^2} + \frac{\tau D_{t+1}}{(1+r_F)^2} + E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[V_{t+2}^L]]$$

$$\vdots$$

以下、逐次展開すると、最終的に企業価値は

$$V_t^L = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[FCF_{t+i}]}{(1+r_U)^i} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\tau D_{t+i}}{(1+r_F)^i}$$

となる。タックス・シールドは

$$V_t^{TS} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\tau D_{t+i}}{(1+r_F)^i} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\tau F D_{t+i}}{(1+r_F)^i} = \tau D_t$$

で、負債額に税率をかけたものとなる⁸。しかし、この「自然」な結果は、負債額一定という仮定に決定的に依存している。

ところで、この評価式から、タックス・シールド（の每期フロー）が一定なので、期待 FCF が一定でない限り、加重平均資本コストは每期一定とならず変動することがわかる。Modigliani and Miller (1963)で想定されているのは、まさしく期待 FCF が一定の場合であり、ここでも同じ仮定

$$E_t[FCF_{t+i}] = FCF$$

を置く。この仮定と負債比率

$$\lambda_t = \frac{D_t}{V_t^L}$$

を代入し、

$$\begin{aligned} V_t^L &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{FCF}{(1+r_U)^i} + \tau D_t \\ &= \frac{FCF}{r_U} + \tau \lambda_t V_t^L \\ &= \frac{FCF}{r_U(1-\tau \lambda_t)} \end{aligned}$$

を得る。WACC と資産コストはそれぞれ

$$\begin{aligned} r_W &= r_U(1-\tau \lambda_t) = r_U \left(\frac{S_t^L + (1-\tau)D_t}{S_t^L + D_t} \right) \\ r_U &= \frac{r_W}{1-\tau \lambda_t} = r_W \left(\frac{S_t^L + D_t}{S_t^L + (1-\tau)D_t} \right) \end{aligned}$$

となる。

次に、株主に帰属するキャッシュフロー ECF は

⁸ $V_{t+i}^L = V_{t+i}^U + V_{t+i}^{TS}$ なので、 $V_{t+i}^U = E_t[FCF_{t+i}]$ と $V_{t+i}^{TS} = E_t[\tau D_{t+i}]$ を別々に計算してから加えても、当然同じ結果が得られる。

$$ECF_{t+i} = FCF_{t+i} - (1-\tau)r_F D_t$$

となるので、ここでの仮定のもとでは、期待 ECF は

$$E_t[ECF_{t+i}] = FCF - (1-\tau)r_F D_t = ECF = \text{const}$$

と一定値となる。したがって、企業価値は

$$\begin{aligned} V_t^L &= \frac{FCF}{r_U} + \tau D_t \\ &= \frac{ECF + (1-\tau)r_F D_t}{r_U} + \tau D_t \\ &= \frac{ECF}{r_U} + \frac{(1-\tau)r_F + r_U \tau}{r_U} \lambda_t V_t^L \end{aligned}$$

と変形でき、株主資本価値は

$$\begin{aligned} [r_U - [(1-\tau)r_F - r_U \tau] \lambda_t] V_t^L &= ECF \\ \frac{r_U - [(1-\tau)r_F - r_U \tau] \lambda_t}{1 - \lambda_t} S_t^L &= ECF \end{aligned}$$

より、

$$S_t^L = \frac{ECF}{\frac{r_U - [(1-\tau)r_F - r_U \tau] \lambda_t}{1 - \lambda_t}}$$

と ECF を株主資本コスト

$$r_S = r_U + \frac{\lambda_t}{1 - \lambda_t} (1-\tau)(r_U - r_F) = r_U + \frac{D}{S_t^L} (1-\tau)(r_U - r_F) r_S$$

で割引いたかたちに表せる。

資産コストは

$$r_U = \frac{(1-\lambda_t)r_S + \lambda_t(1-\tau)r_F}{1 - \tau\lambda_t} = \frac{r_S S_t^L + (1-\tau)r_F D}{S_t^L + (1-\tau)D}$$

となる一方、WACC は

$$r_U = \frac{r_W}{1 - \tau\lambda_t} = \frac{(1-\lambda_t)r_S + \lambda_t(1-\tau)r_F}{1 - \tau\lambda_t}$$

なので、確かに

$$r_W = (1-\lambda_t)r_S + \lambda_t(1-\tau)r_F = \frac{r_S S_t^L + (1-\tau)r_F D}{S_t^L + D_t}$$

と株主資本コストと税引後負債コスト（ここでは無リスク・リターン）の加重平均となる。

②負債比率一定の場合

負債額一定の仮定のもとでは、每期一定の WACC は期待キャッシュフローが一定という極めて限られた条件でしか成立しないのに対して、これから示すように、負債比率一定の場合は任意の FCF 流列に対応可能である。ところが、FCF を WACC で割引く評価方法が正当化できる場合には、Ruback (2002) が提唱する、CCF を資産コストで割引く CCF 法による企業評価も同値となるのである⁹。まず、CCF 法による企業評価を示し、次いで FCF 法を取り上げる。

i . CCF 法

負債比率が一定なので、

$$\lambda_{t+1} = \frac{D_{t+1}}{V_{t+1}^L} = \lambda$$

であり、仮に当初の期待 FCF が一定であっても、一般に

$$\Delta D_t \neq 0$$

となることに注意を要する。

負債額一定の場合と同様、 t 期末 ($t+1$ 期首) の企業価値は、 $t+1$ 期のフローと $t+1$ 期末のストックからなるので、

$$V_t^L = E_t[m_t^{t+1}(FCF_{t+1} + \pi_F D_t + V_{t+1}^L)]$$

と表せる。 $t+1$ 期の利払いは t 期末 ($t+1$ 期首) の時点では確率変数でないけれども、 $t+2$ 期の利払いは $t+2$ 期首 ($t+1$ 期末) 負債に依存し、さらに、負債比率一定の仮定より、 $t+2$ 期首 ($t+1$ 期末) の負債は、 $t+1$ 期首 (t 期末) の時点で確率変数である $t+2$ 期首 ($t+1$ 期末) の企業価値に依存することに留意すれば、

$$\begin{aligned} V_t^L &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\pi_F D_t}{1+r_F} + E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L] \\ &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\pi_F D_t}{1+r_F} + E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[m_{t+1}^{t+2}(FCF_{t+2} + \pi_F D_{t+1} + V_{t+2}^L)]] \\ &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\pi_F D_t}{1+r_F} \\ &\quad + E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[FCF_{t+2}] E_{t+1}[m_{t+1}^{t+2}(1 + \varepsilon_{t+2})]] \\ &\quad + E_t\left[m_t^{t+1} \frac{\pi_F D_{t+1}}{1+r_F}\right] + E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \end{aligned}$$

で、逐次展開していけば、

⁹ Ruback (2002) は期待 FCF 一定の仮定のもと、シングル・ベータ・モデルを明示的に用いて、分かりやすく FCF 法と CCF 法の同値性を示している。

$$\begin{aligned}
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\pi_F D_t}{1+r_F} + \frac{E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[FCF_{t+2}]]}{1+r_U} + \frac{\pi_F E_t[D_{t+1}]}{(1+r_U)(1+r_F)} + E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \\
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\pi_F E_t[D_{t+1}]}{1+r_F} + \frac{E_t[FCF_{t+2}] E_t[m_t^{t+1}(1+\varepsilon_{t+1})]}{1+r_U} \\
&\quad + \frac{\pi_F E_t[D_{t+1}]}{(1+r_U)(1+r_F)} + E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \\
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\pi_F D_t}{1+r_F} + \frac{E_t[FCF_{t+2}]}{(1+r_U)^2} + \frac{\pi_F E_t[D_{t+1}]}{(1+r_U)(1+r_F)} + E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \\
&\quad \vdots
\end{aligned}$$

となり、最終的に

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t \left[FCF_{t+i} + \frac{1+r_U}{1+r_F} \pi_F D_{t+i-1} \right]}{(1+r_U)^i} \\
&\cong \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t [FCF_{t+i} + \pi_F D_{t+i-1}]}{(1+r_U)^i} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t [CCF_{t+i}]}{(1+r_U)^i}
\end{aligned}$$

を得る。タックス・シールドが

$$V_t^{TS} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t \left[\frac{1+r_U}{1+r_F} \pi_F D_{t+i-1} \right]}{(1+r_U)^i} \cong \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t [\pi_F D_{t+i-1}]}{(1+r_U)^i}$$

で、資本コストが資産コストと同じため、CCF を資産コストで割引く CCF 法が確かに成り立っている¹⁰。

負債を無リスク資産と仮定したにもかかわらず、CCF 法のように、毎期の利払いを、資産のリスク・プレミアムを含んだ資産コストで割引くことはおかしいのではないか。事実、そうした主張を行う論者もいる。しかし、負債比率一定の資本政策のもとでは、企業価値が確率変数である以上（当初の将来期待 FCF が全て同一であっても）、将来の負債額は、その時点の企業価値に完全相関した確率変数となる。したがって、利払いが確実であっても、各期の利払い額は、当該期に至るまでは、企業価値に完全相関する確率変数である。それゆえ、負債比率一定のもとでは、タックス・シールドの資本コストは資産コストとなるのである。

ii. FCF (WACC) 法

ここでは任意の FCF を不変の WACC で割引く標準的手法を検討する。

$$V_t^L = E_t[m_t^{t+1}(FCF_{t+1} + \pi_F D_t + V_{t+1}^L)]$$

を、負債比率が一定であることに留意すれば、

¹⁰ 例外的状況を除き、 $(1+r_U)/(1+r_F) = 1$ なので、近似の精度は高い。ここで採用した離散モデルではなく、連続モデルを用いれば、等式は厳密に成立する。以下の近似も同様である。

$$= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\pi_F D_t}{1+r_F} + E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L] = \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\pi_F \lambda V_t^L}{1+r_F} + E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L]$$

なので、

$$\left(1 - \frac{\pi_F \lambda}{1+r_F}\right) V_t^L = \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L]$$

$$V_t^L = \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{(1+r_U) \left(1 - \frac{\pi_F \lambda}{1+r_F}\right)} + \frac{E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L]}{1 - \frac{\pi_F \lambda}{1+r_F}}$$

となり、

$$E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L] = E_t \left[m_t^{t+1} \left\{ \frac{E_{t+1}[FCF_{t+2}]}{(1+r_U) \left(1 - \frac{\pi_F \lambda}{1+r_F}\right)} + \frac{E_{t+1}[m_{t+1}^{t+2} V_{t+2}^L]}{1 - \frac{\pi_F \lambda}{1+r_F}} \right\} \right]$$

$$= \frac{E_t[FCF_{t+2}]}{(1+r_U)^2 \left(1 - \frac{\pi_F \lambda}{1+r_F}\right)} + \frac{E_t[m_{t+1}^{t+2} V_{t+2}^L]}{(1+r_U) \left(1 - \frac{\pi_F \lambda}{1+r_F}\right)}$$

と逐次展開すれば、

$$V_t^L = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[FCF_{t+i}]}{\left\{ (1+r_U) \left(1 - \frac{\pi_F \lambda}{1+r_F}\right) \right\}^i}$$

を得る。したがって、WACC は、

$$1+r_W = (1+r_U) \left(1 - \frac{\pi_F \lambda}{1+r_F}\right)$$

$$r_W = r_U - \frac{1+r_U}{1+r_F} \pi_F \lambda = r_U - \frac{1+r_U}{1+r_F} \frac{\pi_F D_t}{S_t^L + D_t}$$

$$\cong r_U - \pi_F \lambda = r_U - \frac{\pi_F D_t}{S_t^L + D_t}$$

となる。

株主資本価値は株主資本コストを用いて、

$$S_t^L = E_t[m_t^{t+1} (ECF_{t+1} + S_{t+1}^L)] = \frac{E[ECF_{t+1} + S_{t+1}^L]}{1+r_S}$$

$$\frac{E_t[FCF_{t+1} - (1-\tau)INT_{t+1} + \Delta D_{t+1} + S_{t+1}^L]}{1+r_S}$$

$$= \frac{E_t[FCF_{t+1} - (1-\tau)r_F D_t - D_t + V_{t+1}^L]}{1+r_S}$$

と展開でき、

$$\begin{aligned}(1+r_S)S_t^L + [(1-\tau)r_F + 1]D_t &= E_t[FCF_{t+1} + V_{t+1}^L] \\ S_t^L + D_t + r_S S_t^L + (1-\tau)r_F D_t &= (1+r_W)V_t^L = (1+r_W)(S_t^L + D_t) \\ r_S S_t^L + (1-\tau)r_F D_t &= r_W(S_t^L + D_t)\end{aligned}$$

なので、株主資本コストと税引後負債コスト（ここでは無リスク・リターン）の加重平均である通常のかたちでの WACC

$$r_W = \frac{r_S S_t^L + (1-\tau)r_F D_t}{S_t^L + D_t} = (1-\lambda)r_S + \lambda(1-\tau)r_F$$

が得られる。二つの WACC は等しくなければならないので、

$$r_W = r_U - \frac{1+r_U}{1+r_F} \pi_F \lambda = (1-\lambda)r_S + \lambda(1-\tau)r_F$$

より、株主資本コストは

$$\begin{aligned}r_S &= \frac{r_U}{1-\lambda} - \frac{\lambda}{1-\lambda} \left[\frac{1+r_U}{1+r_F} \pi_F + (1-\tau)r_F \right] \\ &= r_U + \frac{D_t}{S_t^L} (r_U - r_F) \left(1 - \frac{\pi_F}{1+r_F} \right) \\ &\cong r_U + \frac{D_t}{S_t^L} (r_U - r_F)\end{aligned}$$

となる。原理的には観察可能な調達コストで観察不可能な資産コストを表せば、

$$\begin{aligned}r_U &= (1-\lambda)r_S + \lambda(1-\tau)r_F + \frac{1+r_U}{1+r_F} \pi_F \lambda \\ &= (1-\lambda)r_S + \left[(1-\tau) + \frac{1+r_U}{1+r_F} \tau \right] r_F \lambda \\ &= \frac{r_S S_t^L + \left[(1-\tau) + \frac{1+r_U}{1+r_F} \tau \right] r_F D_t}{S_t^L + D_t} \\ &\cong (1-\lambda)r_S + r_F \lambda = \frac{r_S S_t^L + r_F D_t}{S_t^L + D_t}\end{aligned}$$

で、資産コストは株主資本コストと（税無調整）負債コストの加重平均となる。

4. 資本コストとタックス・シールド：負債にリスクがある場合

Modigliani and Miller (1963)を始め、税が存在するなかで資本政策の影響を考慮する場合、負債を無リスク資産と仮定することは広く行われており、一次近似としては多くの場合妥当であろう。しかし、ここでは、いかなる FCF のパターンにも通用する、より重要と思われる負債比率一定の場合について、負債リスクを明示的に考慮して資本コストを導出する。なお、負債額一定の場合

は補論 2 を参照されたい。

i . CCF 法

FCF に加え、負債にリスク¹¹があるので、利払いも確率変数となる。利払いのリスクについて、

$$INT_{t+i+1} = E_{t+i}[INT_{t+i+1}](1 + \eta_{t+i+1})$$

$$\eta_{t+i} \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\text{cov}(\eta_{t+l}, \eta_{t+m}) = 0 \text{ if } l \neq m$$

と仮定すれば、

$$\beta_D = \frac{\text{cov}\left(\frac{E_{t+i+1}[INT_{t+i+1}]}{E_{t+i}[INT_{t+i+1}]}, r_{t+i+1}^{MV}\right)}{\text{var}(r_{t+i+1}^{MV})} = \frac{\text{cov}(\eta_{t+i+1}, r_{t+i+1}^{MV})}{\text{var}(r_{t+i+1}^{MV})} = \text{const}$$

で、

$$r_D = E[\tilde{r}_D] = r_F + \beta_D (E[\tilde{r}^{MV}] - r_F)$$

と、資産コスト同様、負債コストは一定となる。

$$E_t[m_t^{t+i}(1 + \eta_{t+i})] = \frac{1}{1 + r_D}$$

であることと、 $t+2$ 期の利払いは $t+2$ 期首 ($t+1$ 期末) 負債に依存し、さらに、負債比率一定の仮定より、 $t+2$ 期首 ($t+1$ 期末) の負債は、 $t+1$ 期首 (t 期末) の時点で確率変数である $t+2$ 期首 ($t+1$ 期末) の企業価値に依存することに留意し、

$$V_t^L = E_t[m_t^{t+1}(FCF_{t+1} + \tau INT_{t+1} + V_{t+1}^L)]$$

を展開すると、

$$\begin{aligned} &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1 + r_U} + \frac{\tau E_t[INT_{t+1}]}{1 + r_D} + E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L] \\ &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1 + r_U} + \frac{\tau E_t[INT_{t+1}]}{1 + r_D} + E_t\left[m_t^{t+1} E_{t+1}[m_{t+1}^{t+2}(FCF_{t+2} + \tau INT_{t+2} + V_{t+2}^L)]\right] \\ &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1 + r_U} + \frac{\tau E_t[INT_{t+1}]}{1 + r_D} \\ &\quad + E_t\left[m_t^{t+1} E_{t+1}[FCF_{t+2}] E_{t+1}[m_{t+1}^{t+2}(1 + \varepsilon_{t+2})]\right] \\ &\quad + E_t\left[m_t^{t+1} \frac{\tau INT_{t+2}}{1 + r_D}\right] + E_t\left[m_t^{t+1} E_{t+1}[V_{t+2}^L]\right] \end{aligned}$$

なので、

¹¹ 株式と同様のシステムティック・リスクである。デフォルトがある資産評価には、本来、Static なシングル・ベータ・モデルは不適切であるけれども (Bossaerts and Ødegaard 2006, ch. 16)、ここではその問題は捨象する。

$$\begin{aligned}
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau E_t[INT_{t+1}]}{1+r_D} + \frac{E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[FCF_{t+2}]]}{1+r_U} + \frac{\tau E_t[INT_{t+2}]}{(1+r_U)(1+r_D)} + E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \\
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau E_t[INT_{t+1}]}{1+r_D} + \frac{E_t[FCF_{t+2}] E_t[m_t^{t+1} (1+\varepsilon_{t+1})]}{1+r_U} \\
&\quad + \frac{\tau E_t[INT_{t+2}]}{(1+r_U)(1+r_D)} + E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \\
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau E_t[INT_{t+1}]}{1+r_D} + \frac{E_t[FCF_{t+2}]}{(1+r_U)^2} + \frac{\tau E_t[INT_{t+2}]}{(1+r_U)(1+r_D)} + E_t[m_t^{t+1} E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \\
&\quad \vdots
\end{aligned}$$

となる。以下、逐次展開すると、最終的に

$$\begin{aligned}
V_t^L &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t \left[FCF_{t+i} + \frac{1+r_U}{1+r_D} \tau INT_{t+i} \right]}{(1+r_U)^i} \\
&\cong \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t [FCF_{t+i} + \tau INT_{t+i}]}{(1+r_U)^i} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t [CCF_{t+i}]}{(1+r_U)^i}
\end{aligned}$$

を得る。すなわち、評価式は、無リスク・リターンが（リスクのある）負債コストになるだけで、負債が無リスク資産である前節の場合と同じである。近似式は（リスクがあってもなくても、そもそも負債コストが無関係のため）無リスクの場合と全く同じである。

注意を要するのは、前節での議論と同様、負債比率一定の仮定に従い、負債額は企業価値と完全相関した確率変数であり、タックス・シールドの資本コストは、負債ではなく資産のリスクを反映した資産コストとなることである。

ii . FCF(WACC)法

FCF 法の場合も、負債にリスクがあるので、利払いが確率変数となることに留意して、

$$V_t^L = E_t[m_t^{t+1} (FCF_{t+1} + \tau INT_{t+1} + V_{t+1}^L)]$$

を展開すると、

$$\begin{aligned}
&= E_t[m_t^{t+1} (FCF_{t+1} + \tau INT_{t+1} + V_{t+1}^L)] \\
&= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau D_t}{1+r_D} + E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L] = \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau_D \lambda V_t^L}{1+r_D} + E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L]
\end{aligned}$$

なので、

$$\left(1 - \frac{\pi_D \lambda}{1 + r_D}\right) V_t^L = \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1 + r_U} + E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L]$$

$$V_t^L = \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{(1 + r_U) \left(1 - \frac{\pi_D \lambda}{1 + r_D}\right)} + \frac{E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L]}{1 - \frac{\pi_D \lambda}{1 + r_D}}$$

となり、

$$E_t[m_t^{t+1} V_{t+1}^L] = E_t \left[m_t^{t+1} \frac{E_{t+1}[FCF_{t+2}]}{(1 + r_U) \left(1 - \frac{\pi_D \lambda}{1 + r_D}\right)} + E_{t+1}[m_{t+1}^{t+2} V_{t+2}^L] \right]$$

$$= \frac{E_t[FCF_{t+2}]}{(1 + r_U)^2 \left(1 - \frac{\pi_D \lambda}{1 + r_D}\right)} + E_t[m_{t+1}^{t+2} V_{t+2}^L]$$

最終的に

$$V_t^L = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[FCF_{t+i}]}{\left\{ (1 + r_U) \left(1 - \frac{\pi_D \lambda}{1 + r_D}\right) \right\}^i}$$

を得る。WACC は

$$1 + r_W = (1 + r_U) \left(1 - \frac{\pi_D \lambda}{1 + r_D}\right)$$

$$r_W = r_U - \frac{1 + r_U}{1 + r_D} \pi_D \lambda = r_U - \frac{1 + r_U}{1 + r_D} \frac{\pi_D D_t}{S_t^L + D_t}$$

$$\cong r_U - \pi_D \lambda = r_U - \frac{\pi_D D_t}{S_t^L + D_t}$$

である。

負債にリスクがある場合、前述した通り、

$$ECF_{t+i} = (1 - \tau)(EBIT_{t+i} - INT_{t+i}) - NIV_{t+i} + \Delta D_{t+i} = FCF_{t+i} - (1 - \tau)INT_{t+i} + \Delta D_{t+i}$$

は、 ΔD を時価差額ではなく、実際の現金拠出額の変動と解釈しないと成り立たない。しかし、期待値ベースの

$$E_t[ECF_{t+i}] = E_t[(1 - \tau)(EBIT_{t+i} - INT_{t+i}) - NIV_{t+i} + \Delta D_{t+i}]$$

$$= E_t[FCF_{t+i} - (1 - \tau)INT_{t+i} + \Delta D_{t+i}]$$

は、 ΔD を時価差額と解釈しても成り立つ。

そこで、株主資本は、

$$\begin{aligned}
S_t^L &= E_t[m_t^{t+1}(ECF_{t+1} + S_{t+1}^L)] = \frac{E_t[ECF_{t+1} + S_{t+1}^L]}{1+r_S} \\
&= \frac{E_t[FCF_t - (1-\tau)INT_t + \Delta D_{t+1} + S_{t+1}^L]}{1+r_S} \\
&= \frac{E_t[FCF_{t+1} - (1-\tau)r_D D_t - D_t + V_{t+1}^L]}{1+r_S}
\end{aligned}$$

と表せるので、

$$\begin{aligned}
(1+r_S)S_t^L + [(1-\tau)r_D + 1]D_t &= E_t[FCF_{t+1} + V_{t+1}^L] \\
S_t^L + D_t + r_S S_t^L + (1-\tau)r_D D_t &= (1+r_w)V_t^L = (1+r_w)(S_t^L + D_t) \\
r_S S_t^L + (1-\tau)r_D D_t &= r_w(S_t^L + D_t)
\end{aligned}$$

より、通常のかたちの WACC

$$r_w = \frac{r_S S_t^L + (1-\tau)r_D D_t}{S_t^L + D_t} = (1-\lambda)r_S + \lambda(1-\tau)r_D$$

を得る。

WACC は、負債を無リスク資産とした場合と、無リスク・リターンが負債コストに変わるだけで、後は全く同じである。

5. 負債比率が高ければ高いほどよいのか

負債比率一定の資本政策が採用される場合、負債にリスクがなければもちろん、負債にリスクがあっても、WACC の評価式

$$r_w = r_U - \frac{1+r_U}{1+r_D} \frac{\pi_D D_t}{S_t^L + D_t} \cong r_U - \frac{\pi_D D_t}{S_t^L + D_t}$$

を見れば明らかなように、レバレッジ（負債比率）を上げて、負債コストが変わらなければ、負債比率を 100%にすることが WACC 最小化すなわち企業価値最大化となる。しかし、この「最適」資本政策は現実と相容れない¹²。

現実には、レバレッジを上げると、(デフォルトの際の費用を含んだ) 負債のコストが上昇することで、追加的節税効果を減殺するため、どこかに最適負債比率が存在するというのがコンセンサスである。資本政策においては、多くの企業が簿価ベースで一定の負債比率を、明示的あるいは黙示的にターゲットとしている。そのターゲットが、少なくとも経営者の主観としては、最適負債比率なのであろう。最適であるかどうかはともかく、簿価負債比率が一定というのは、それほど的外れな仮定ではない。もちろん、WACC 不変が正当化できるのは、時価ベースの負債比率が一定の場合である。しかし、PBR が平均回帰することは実務家のみならず研究者の間でもコンセンサスに成りつつ現在、簿価ベース負債比率が一定であれば、時価ベース負債比率一定の仮定

¹² この難点を考慮した評価モデルとしては Booth (2006)がある。

も一次近似としてそれほど悪くない。

いずれにせよ、最適資本構成の問題は定性的には議論できても、定量化するのは極めて困難である。

6. まとめ：タックス・シールド理解の重要性と CCF 法のすすめ

実務・教育上も、現実には対応するものが存在せず直感的理解が容易ではない税引後の諸概念が必要となる、FCF を WACC

$$r_W = \frac{r_S S_t^L + (1-\tau)r_D D_t}{S_t^L + D_t}$$

で割引く通常の企業評価手法は、機械的に使われているだけで、必ずしも使用者がその限界を理解しているとは思えない¹³。WACC を適用しようとする投資の属性が当該企業の平均的投資属性と同じでなければ正当化できない点については理解が広がりつつあるものの、資本構成が不変の場合のみ一定不変の WACC で割引くことが正当化できる点はほとんど理解されていないのではなかろうか¹⁴。

実際には、事業特性が変わらなくても、負債比率一定の仮定が一次近似としても望ましくない場合も多い。もう一度原則に帰って、資本構成の変化にかかわらず一般的に成り立つ APV 法

$$V_t^L = V_t^U + V_t^{TS}$$

の観点、すなわち、企業評価の基本モデルは、事業活動からのフローと政府による「補助金」であるタックス・シールドからなるということを理解することが実務家にとっても重要であろう。APV 法を用いる場合の注意点として、資本政策によっては、たとえ負債が無リスク資産であっても、現時点から見て、将来の負債額は確率変数となるため、タックス・シールドの資本コストは負債コストと同じになるとは限らないことである。

さらに、一次近似として負債比率一定が許される場合には、現実には投資家に帰属する（べき）CCF を株主資本コストと（税無調整）の負債コストの加重平均

$$r_U = \frac{r_S S_t^L + \left[(1-\tau) + \frac{1+r_U}{1+r_D} \tau \right] r_D D_t}{S_t^L + D_t} \cong \frac{r_S S_t^L + r_D D_t}{S_t^L + D_t}$$

で割引く CCF 法は、WACC に基づく FCF 法と同値であり、明示的に税の問題を扱わなくてすむという大きな利点がある。

結論として、一定不変の WACC 使用（の正当性）はいかなる仮定に基づいているかを理解することの重要性と、FCF 法の代替として、実際のキャッシュフローを税無修正の加重平均資本コストで割引く CCF 法の直感的明快さという点での（実務・教育上の）利点を指摘しておきたい。

¹³ FCF 法と密接に関連する EVA^Rでの WACC の使用にも同様の批判が当てはまる。

¹⁴ 期待 FCF 一定の仮定が正当化される場合は極めて限られよう。

補論 1. プライシング・カーネルによる資産評価

二期間モデルにおける消費者の予算制約下の期待効用最大化を考える。 t 期の消費は投資以外の収入 e から投資額 $\sum p^i \xi^i$ を引いたものであり、 $t+1$ 期の消費は投資以外の収入に投資収益 $\sum x^i \xi^i$ を加えたものとなる。 t 期における効用最大化なので、 $t+1$ 期の消費は確率変数であり、かつ主観的割引因子 δ で割引く必要があることに注意すれば、

$$\begin{aligned} \max U &= u(c_t) + E_t[\delta u(c_{t+1})] \\ \text{s.t. } c_t &= e_t - \sum_{i=1}^N p_t^i \xi^i, c_{t+1} = e_{t+1} + \sum_{i=1}^N x_{t+1}^i \xi^i \end{aligned}$$

が、解くべき問題である。

最大化条件は証券ごとに N 個あり、

$$\frac{\partial U}{\partial \xi^i} = u'(c_t) \cdot (-p_t^i) + E_t[\delta u'(c_{t+1}) \cdot x_{t+1}^i] = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

なので、証券価格は

$$p_t^i = E_t \left[\frac{\beta u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1}^i \right], \quad i = 1, 2, \dots, N$$

となる。

となる。 $m_{t+1} \equiv \frac{\beta u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}$ と置くと、

$$p_t = E_t[m_{t+1} x_{t+1}]$$

となる。この m を確率的割引因子 (Stochastic Discount Factor; SDF) あるいはプライシング・カーネル (Pricing Kernel) と呼ぶ。

N 個の証券のうちのひとつが無リスク証券だとすると、無リスク・リターンは

$$1 = E_t[m_{t+1}(1+r_F)] = E_t[m_{t+1}](1+r_F)$$

だから、

$$1+r_F = \frac{1}{E_t[m_{t+1}]}$$

となる。

ここでの結果は多期間の場合にも拡張でき、

$$p_t = \frac{1}{u'(c_t)} E_t[\delta u'(c_{t+1}) \cdot d_{t+1} + \delta u'(c_{t+2}) \cdot d_{t+2} + \dots] = E_t \left[\sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{u'(c_{t+i})}{u'(c_t)} d_{t+i} \right]$$

が成り立つ。多期間の場合、投資成果は $x_t = p_t + d_t$ で配当後資産価格と配当からなる。さらに、

$$m_t^{t+i} \equiv \frac{\delta^i u'(c_{t+i})}{u'(c_t)}, \quad m_{t+i}^{t+i+1} \equiv \frac{\delta u'(c_{t+i+1})}{u'(c_{t+i})}$$

と定義すれば、

$$m_t^{t+i} = m_t^{t+1} \cdot m_{t+1}^{t+2} \cdots m_{t+i-1}^{t+i}$$

で、

$$p_t = E_t \left[\sum_{i=1}^{\infty} m_t^{t+i} d_{t+i} \right] = E_t \left[\sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{k=1}^i m_{t+k-1}^{t+k} \right) d_{t+i} \right]$$

となる。

プライシング・カーネルを用いた資産評価の詳細については Cochrane (2005)を参照されたい。

補論２．負債額一定で負債にリスクがある場合

負債比率一定の場合と同じく、FCF に加え、負債にリスクがあるので、利払いも確率変数であり、

$$E_t[m_t^{t+i}(1+\eta_{t+i})] = \frac{1}{1+r_D}$$

負債額一定の仮定により、期待利払いは一定

$$E_t[INT_{t+i}] = INT$$

となることに注意し、

$$V_t^L = E_t[m_t^{t+1}(FCF_{t+1} + \tau INT_{t+1} + V_{t+1}^L)]$$

を展開すると、

$$\begin{aligned} &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau INT}{1+r_D} + E_t[m_t^{t+1}V_{t+1}^L] \\ &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau INT}{1+r_D} + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[m_{t+1}^{t+2}(FCF_{t+2} + \tau INT_{t+2} + V_{t+2}^L)]] \\ &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau INT}{1+r_D} \\ &\quad + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[FCF_{t+2}]E_{t+1}[m_{t+1}^{t+2}(1+\varepsilon_{t+2})]] \\ &\quad + E_t\left[m_t^{t+1}\frac{\tau E_{t+1}[INT_{t+2}]}{1+r_D}\right] + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \end{aligned}$$

なので、

$$\begin{aligned} &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau INT}{1+r_D} + \frac{E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[FCF_{t+2}]]}{1+r_U} \\ &\quad + \frac{\tau E_t[INT_{t+2}]E_t[m_t^{t+1}(1+\eta_{t+1})]}{1+r_D} + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \\ &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau INT}{1+r_D} + \frac{E_t[FCF_{t+2}]E_t[m_t^{t+1}(1+\varepsilon_{t+1})]}{1+r_U} \\ &\quad + \frac{\tau INT}{(1+r_D)^2} + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \\ &= \frac{E_t[FCF_{t+1}]}{1+r_U} + \frac{\tau INT}{1+r_D} + \frac{E_t[FCF_{t+2}]}{(1+r_U)^2} + \frac{\tau INT}{(1+r_D)^2} + E_t[m_t^{t+1}E_{t+1}[V_{t+2}^L]] \\ &\quad \vdots \end{aligned}$$

となる。以下、逐次展開すると、最終的に企業価値は

$$V_t^L = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[FCF_{t+i}]}{(1+r_U)^i} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\tau INT}{(1+r_D)^i}$$

で、タックス・シールドは

$$V_t^{TS} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\tau INT}{(1+r_D)^i} = \tau D_t$$

となる。すなわち、評価式は、無リスク・リターンが（リスクのある）負債コストになるだけで、負債が無リスク資産である前節の場合と同じである。

負債が無リスクの場合同様、期待 FCF 一定の仮定

$$E_t[FCF_{t+i}] = FCF = \text{const}$$

を置き、負債比率

$$\lambda_t = \frac{D_t}{V_t^L}$$

を代入し、企業価値を計算すると、

$$\begin{aligned} V_t^L &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[FCF_{t+i}]}{(1+r_U)^i} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\tau INT}{(1+r_D)^i} \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{FCF}{(1+r_U)^i} + \tau D_t \\ &= \frac{FCF}{r_U} + \tau \lambda_t V_t^L \\ &= \frac{FCF}{r_U(1-\tau \lambda_t)} \end{aligned}$$

となる。WACC 及び資産コストはそれぞれ

$$\begin{aligned} r_W &= r_U(1-\tau \lambda_t) = r_U \left[\frac{S_t^L + (1-\tau)D_t}{S_t^L + D_t} \right] \\ r_U &= \frac{r_W}{(1-\tau \lambda_t)} = r_W \left[\frac{S_t^L + D_t}{S_t^L + (1-\tau)D_t} \right] \end{aligned}$$

となる。

ここでの仮定のもとでは、ECF の期待値も一定

$$ECF_{t+i} = FCF_{t+i} - (1-\tau)INT_{t+i} + D_{t+i} - D_{t+i-1}$$

$$E_t[ECF_{t+i}] = FCF - (1-\tau)INT = ECF = \text{const}$$

となることに留意して、企業価値を展開すると、

$$\begin{aligned} V_t^L &= \frac{FCF}{r_U} + \tau D_t \\ &= \frac{ECF + (1-\tau)INT}{r_U} + \tau D_t \\ &= \frac{ECF}{r_U} + \frac{(1-\tau)r_D + \tau r_U}{r_U} \lambda_t V_t^L \end{aligned}$$

となり、

$$\begin{aligned}
ECF &= [r_U - [(1-\tau)r_D + \pi_U]\lambda_t]V_t^L \\
&= \frac{r_U - [(1-\tau)r_D - r_U\tau]\lambda_t}{1-\lambda_t} S_t^L \\
S_t^L &= \frac{ECF}{\left[\frac{r_U - [(1-\tau)r_D + \pi_U]\lambda_t}{1-\lambda_t} \right]}
\end{aligned}$$

なので、株主資本コストは

$$\begin{aligned}
r_S &= r_U + \frac{\lambda_t}{1-\lambda_t} (1-\tau)(r_U - r_D) \\
&= r_U + \frac{D_t}{S_t^L} \frac{\lambda_t}{1-\lambda_t} (1-\tau)(r_U - r_D)
\end{aligned}$$

となる。

資産コストは

$$r_U = \frac{(1-\lambda_t)r_S + \lambda_t(1-\tau)r_D}{1-\tau\lambda_t} = \frac{r_S S_t^L + (1-\tau)r_D D_t^L}{S_t^L + [1-\tau]D_t^L}$$

なので、WACC は

$$r_W = (1-\lambda_t)r_S + \lambda_t(1-\tau)r_D = \frac{r_S S_t^L + (1-\tau)r_D D}{S_t^L + D}$$

となる。

負債比率のときと同じく、負債を無リスク資産とした場合と、無リスク・リターンが負債コストに変わるだけで、後は全く同じである。

参考文献

- 織田恭司・福井義高（2002）「残余利益に基づく業績評価：EVA[®]を中心に」『企業会計』54 巻4号 119-126 頁。
- Arzac, E. R., and L. R. Glosten. 2005. A Reconsideration of Tax Shield Valuation. *European Financial Management* 11 (4): 453-461.
- Booth, L. 2002. Finding Value Where None Exists: Pitfalls in Using Adjusted Present Value. *Journal of Applied Corporate Finance* 15 (1): 95-104.
- Booth, L. 2006. Capital Cash Flows, APV and Valuation. *European Financial Management (forthcoming)*.
- Bossaerts, P. L., and B. A. Ødegaard. 2006. *Lectures on Corporate Finance*, Second Edition. Singapore: World Scientific Publishing.
- Brealey, R. A., S. C. Myers, and F. Allen. 2006. *Corporate Finance*, Eighth Edition. New York. U.S.A.: McGraw-Hill.
- Cochrane, J. H. 2005. *Asset Pricing*, Revised Edition. Princeton, U.S.A.: Princeton University Press.
- Cochrane, J. H. 2006. Financial Markets and the Real Economy. Working Paper, Graduate School of Business, University of Chicago.
- Cooper, I. A., and K. J. Nyborg. 2006. The Value of Tax Shield IS Equal to the Present Value of Tax Shields. *Journal of Financial Economics* 81 (1): 215-225..
- De Matos, J. A. 2001. *Theoretical Foundations of Corporate Finance*. Princeton, U.S.A.: Princeton University Press.
- Fama, E. F. 1977. Risk-Adjusted Discount Rates and Capital Budgeting under Uncertainty. *Journal of Financial Economics* 5 (1): 3-24.
- Fama, E. F. 1996. Discounting under Uncertainty. *Journal of Business* 69 (4): 415-428.
- Fernandez, P. 2004. The Value of Tax Shields Is NOT Equal to the Present Value of Tax Shields. *Journal of Financial Economics* 73 (1): 145-165.
- Fieten, P., L. Kruschwitz, J. Laitenberger, A. Löffler, J. Tham, I. Vélez-Pareja, and N. Wonder. 2005. Comment on “The Value of Tax Shields Is NOT Equal to the Present Value of Tax Shields”. *Quarterly Review of Economics and Finance* 45 (1): 184-187.
- Inselbag, I., and H. Kaufold. 1997. Two DCF Approaches for Valuing Companies under Alternative Financing Strategies (and How to Choose between them). *Journal of Applied Corporate Finance* 10 (1): 114-122
- Luehrman, T. A. 1997. Using APV: A Better Tool for Valuing Operations. *Harvard Business Review* 75 (3): 145-154.
- Miles, J. A., and J. R. Ezzell. 1980. The Weighted Average Cost of Capital, Perfect Capital Markets, and Project Life: A Clarification. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 15 (3): 719-730.
- Modigliani, F., and M. H. Miller. 1958. The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *American Economic Review* 48 (3): 261-297.
- Modigliani, F., and M. H. Miller. 1963. Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction. *American Economic Review* 53 (3): 433-443.
- Myers, S. C. 1974. Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions – Implications for Capital Budgeting. *Journal of Finance* 29 (1): 1-25.
- Parrino, R. 2005. Choosing the Right Valuation Approach. *CFA Institute Conference Proceedings: Analyzing, Researching, and Valuing Equity Investments*: 15-26.
- Ruback, R. S. 2002. Capital Cash Flows: A Simple Approach to Valuing Risky Cash Flows. *Financial Management* 31 (2): 85-103.